GEOMETRIA ANALITYCZNA

1. Dane są wektory $\overrightarrow{a} = [1,2,-2]$, $\overrightarrow{b} = [0,1,-2]$, $\overrightarrow{c} = [1,-1,1]$. Obliczyć:

a) $2\overrightarrow{c} + \overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}$ b) $|\overrightarrow{a}|$, $|\overrightarrow{b}|$, $|\overrightarrow{c}|$ c) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c}$, $\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{c}$ d) $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{c}$, $\overrightarrow{b} \times \overrightarrow{c}$

2. Dla wektorów $\overrightarrow{a} = [-4,3,1]$, $\overrightarrow{b} = [0,1,2]$, $\overrightarrow{c} = [5,-6,1]$

a) obliczyć pole równoległoboków rozpiętych na wektorach $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ oraz $\overrightarrow{c}$, $\overrightarrow{b}$

b) objętość równoległościanu rozpiętego na wektorach $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{c}$, $\overrightarrow{b}$

3. Obliczyć objętość V czworościanu i wierzchołkach A, B, C, D oraz obliczyć wysokość h poprowadzoną z wierzchołka D, gdy:

a) $A(2,4,5)$, $B(1,0,0)$, $C(0,2,0)$, $D(0,0,3)$;

b) $A(3,-1,2)$, $B(5,1,4)$, $C(0,2,5)$, $D(-2,0,6)$

4. Napisać równanie płaszczyzny:

a) która przechodzi przez punkt $P(2,1,-3)$ i jest prostopadła do wektora $\overrightarrow{R} = [3,2,1]$

b) przchodzącej przez punkt $P(3,-4,5)$ i równoległej do wektorów: $\overrightarrow{R} = [3,1,1]$, $\overrightarrow{R_2} = [-1,2,1]$

c) przchodzącej przez punkt $P(-2,7,3)$ i równoległej do płaszczyzny $2x-4y+5z-10 = 0$;

d) przchodzącej przez punkt $P(0,0,0)$ i prostopadłej do płaszczyzn $2x-y+3z-3 = 0$, $x+y-z+1 = 0$;

e) przechądzącej przez trzy punkty $P_1(5,0,0)$, $P_2(0,0,5)$, $P_3(0,5,0)$.

5. Npisać równanie prostej:

a) która przechodzi przez punkt $P(1,0,-2)$ i równoległej do wektora $\overrightarrow{k} = [1,-5,3]$;

b) przechodzącej przez punkt $P(1,1,-1)$ i równoległej do prostej l: $x = 2t$, $y = 3-t$, $z = t$, $t \in R$;

c) przechodzącej przez punkt $P(1,0,-2)$ i prostopadłej do prostych

$l_1: x=-1-3t,\ y=5+2t,\ z=-4t,\ t\in R,\ l_2: x=5+3t,\ y=-2-6t,\ z=1+6t,\ t\in R$

d) w postaci parametrycznej przechodzącej przez punkt $B(1,2,0)$ i równoległej do prostej (postać krawędziowa): $x-y=0,\ 2x+z-4=0$.

6. Obliczyc kąt φ między prostą

$$l_1: \begin{cases} \text{x-2z+11=0} \\ \text{y+2z-3=0} \end{cases}$$

a prostą l_2 przechodzącą przez punkty $P_1(0,0,0)$, $P_2(1,-1,-1)$.

7. Napisać równanie prostej przechodzącej przez punkt $P(1,0,1)$ i prostopadłej do płaszczyzny Π: $x-y+3z+3=0$.

8. Napisać równanie prostej przechodzącej przez punkt $P(2,1,0)$ i równoległej do płaszczyzn: $\Pi_1:\ 3x-y+z=0$, $\Pi_2:\ 2x+y+4z+5=0$.

9. Podać równanie płaszczyzny przechdzodzącej przez punkt $P(2,7,-3)$ i przez prostą $l:\ \frac{x}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

10. Wyznaczyć punkt przebicia prostej $l:\ \frac{x}{1}=\frac{y+7}{2}=\frac{z-3}{-1}$ z płaszczyzną $\Pi: x+y-4z+1=0$.

11. Podać równanie płaszczyzny, na której leży prosta

$$l_1: \begin{cases} \text{x+z-1=0} \\ \text{x-y+2=0} \end{cases}$$

i która jest prostopadła do płaszczyzny $x+y+z+1=0$.

12. Napisać równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkt $P(0,0,0)$ i przez prostą powstałą z przecięcia płaszczyzn

$\Pi_1: \ x-y+z-2=0$, $\Pi_2: \ 2x+y-z+1=0$.

Literatura

K. i T. Jankowscy, Skrypt PG, "Funkcje wielu zmiennych; Całki wielkrotne; Geometria analityczna".