

## Lista zadań 3 – Macierze, Wyznaczniki, Układy Równań

### 1. Obliczyć wyznacznik

$$\text{a. } \begin{vmatrix} 3 & 0 & 5 \\ -2 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 6 \end{vmatrix}$$

$$\text{b. } \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \\ 0 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{c. } \begin{vmatrix} 0 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 6 \\ 0 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{d. } \begin{vmatrix} 3 & 3 & -3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\text{e. } \begin{vmatrix} 3 & 3 & 3 & -3 \\ -2 & 1 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\text{f. } \begin{vmatrix} 0 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & -2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{g. } \begin{vmatrix} 3 & 3 & 3 & -3 \\ -2 & 1 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\text{h. } \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 5 & 0 & 4 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{i. } \begin{vmatrix} 8 & 5 & 3 & -4 \\ -1 & 2 & 2 & 2 \\ 6 & 9 & 7 & 0 \\ 9 & 3 & 1 & -6 \end{vmatrix}$$

$$\text{j. } \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & 4 & -2 \\ 3 & -1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

### 2. Dane są macierze

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 8 \end{bmatrix}.$$

**Znaleźć:**  $(AB^T)^{-1}$ ,  $(BA^T)^{-1}$ ,  $(A^T B)^{-1}$ ,  $(B^T A)^{-1}$ ,  $(C)^{-1}$ ,  $(D)^{-1}$ ,  $(CD)^{-1}$ ,  $(DC)^{-1}$ ,  $(D^T C)^{-1}$ ,  $(C^T D)^{-1}$ .

### 3. Korzystając ze wzorów Cramera rozwiązać następujące układy równań:

$$\text{a. } \begin{cases} x + 3y - 4z = 0 \\ 2x - y + z = 2 \\ 5x + y - 3z = -1 \end{cases},$$

$$\text{b. } \begin{cases} 3x + y - z = 2 \\ 8x + 3y + 6z = 3 \\ 6x + 2y - 2z = -5 \end{cases},$$

$$\text{c. } \begin{cases} 4x + 5y - 6z = 3 \\ y + 2z = -1 \\ 2x + 3y - 3z = 2 \end{cases},$$

$$\text{d. } \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x + y - z = 0 \\ 3x + 4y - z = 0 \end{cases},$$

$$\text{e. } \begin{cases} x + y + z = 1 \\ -2x + y + z = 2 \\ x + y - 2z = 4 \end{cases},$$

$$\text{f. } \begin{cases} 2x + y + 2z = 1 \\ x + 2y + 2z = 1 \\ x + y + 4z = 2 \end{cases}$$