

LISTA ZADAŃ – CAŁKI NIEOZNACZONE

1. Obliczyć całki nieoznaczone (z pomocą wzorów podstawowych):

a) $\int (x^3 + \sqrt{x}) dx$; b) $\int (2 + \frac{3}{\sqrt{x}}) dx$; c) $\int (3 \sin x + \frac{1}{2x}) dx$; d) $\int \frac{2x^2-3x+1}{\sqrt{x}} dx$;
 e) $\int (e^x + e^{-x})^2 dx$; f) $\int (tg^2 x + 1) dx$; g) $\int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx$; h) $\int \frac{x-1}{x+1} dx$; i) $\int \frac{3 \sin^3 \varphi}{\sin^2 \varphi} d\varphi$.

2. Stosując wzór na całkowanie przez części, obliczyć całki nieoznaczone:

a) $\int x \sin x dx$; b) $\int x \sin(2x + 3) dx$; c) $\int x^2 e^{-x} dx$; d) $\int \frac{\ln^2 x}{x^5} dx$; e) $\int \frac{\ln \cos x}{\cos^2 x} dx$;
 f) $\int \frac{3x+5}{\sin^2 x} dx$; g) $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{2} dx$; h) $\int \frac{\operatorname{arcsin} x}{\sqrt{1+x}} dx$; i) $\int \sqrt{x} \ln x dx$; j) $\int e^{4x} \cos 3x dx$;
 k) $\int \sin(\ln x) dx$; l) $\int x^4 \ln x dx$.

3. Stosując wzór na całkowanie przez podstawienie, obliczyć całki nieoznaczone:

a) $\int (5x^3 - 6)^7 dx$; b) $\int x^3 \sqrt{2x^2 - 5} dx$; c) $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx$; d) $\int \frac{x}{\sqrt{16-9x^4}} dx$; e) $\int \frac{xdx}{x^4+1}$;
 f) $\int \frac{1}{\sqrt{25-9x^2}} dx$; g) $\int x^2 \sqrt{x^3 + 3} dx$; h) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$; i) $\int \frac{1}{(\arccos x)^3 \sqrt{1-x^2}} dx$; j) $\int \frac{4-x}{2+\sqrt{x}} dx$;
 k) $\int \sqrt{1+4\sin x \cos x} dx$; l) $\int \frac{\sin x}{1+3\cos x} dx$; m) $\int \frac{\ln x}{x(\ln x + 1)^2} dx$; n) $\int \frac{e^{\operatorname{arctg} 2x}}{1+4x^2} dx$; o) $\int \frac{x^4}{x^{10}+3} dx$.

4. Obliczyć całki przez zastosowanie wzorów na całkowanie przez części i podstawienie:

a) $\int x^3 e^{x^2} dx$; b) $\int \frac{e^{3x}}{e^{2x}+1} dx$; c) $\int \frac{x \operatorname{arcsin} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$; d) $\int x^3 \operatorname{arcsin} \frac{1}{x} dx$; e) $\int \operatorname{arctg}(\sqrt{x}) dx$;
 f) $\int (\arccos x)^2 dx$; g) $\int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx$.

5. Obliczyć podane całki nieoznaczone z funkcji wymiernych:

a) $\int \frac{dx}{(2x-3)^9}$; b) $\int \frac{3x+7}{x^2+9} dx$; c) $\int \frac{1}{x^2-6x+9} dx$; d) $\int \frac{1}{x^2-5x+6} dx$; e) $\int \frac{1}{2x^2+3x+1} dx$;
 f) $\int \frac{3x-4}{x^2-x-6} dx$; g) $\int \frac{x+1}{x^2-x+1} dx$; h) $\int \frac{(1+x)^2}{x(1+x^2)} dx$; i) $\int \frac{1}{x^3+1} dx$; j) $\int \frac{x^3-2x^2-1}{x^2-1} dx$;
 k) $\int \frac{x^3-4x}{(x^2+1)^2} dx$; l) $\int \frac{3x^3}{x^2+x-2} dx$.

6. Obliczyć podane całki nieoznaczone z funkcji niewymiernych:

a) $\int \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{1+x}{x}} dx;$

b) $\int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx;$

c) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}} dx;$

d) $\int \frac{3 - \sqrt[4]{x^3}}{\sqrt{x}} dx;$

e) $\int \frac{dx}{\sqrt{7-x^2}};$

f) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-3}};$

g) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+2x-1}} dx;$

h) $\int \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+9}} dx;$

i) $\int \frac{x-2}{\sqrt{16-x^2}} dx;$

j) $\int \frac{2x+6}{\sqrt{x^2+4x+8}} dx;$

k) $\int \sqrt{1-x^2} dx;$

l) $\int \frac{x^2}{\sqrt{9+x^2}} dx;$

m) $\int \sqrt{x^2-6x-7} dx;$

n) $\int \frac{1}{\sqrt{-x^2-4x-3}} dx;$

o) $\int \frac{xdx}{\sqrt{4x^2+8x+17}}.$

7. Obliczyć całki nieoznaczone z funkcji trygonometrycznych:

a) $\int 5\cos \frac{x}{2} dx;$

b) $\int \sin 5x \cos 3x dx;$

c) $\int \sin 3x \sin 2x dx;$

d) $\int \cos(2x-1) \cos(4x+3) dx;$

e) $\int \sqrt{\cos x} \sin x dx;$

f) $\int \frac{\sin^3 x}{1+\cos^2 x} dx;$

g) $\int \sin^2 x \cos^3 x dx;$

h) $\int \sin^2 x \cos^2 x dx;$

i) $\int \frac{1}{5-3\cos x} dx;$

j) $\int \frac{dx}{\sin x - 2\cos x + 3};$

k) $\int \frac{dx}{(3+\sin x)\cos x};$

l) $\int \frac{1}{3\sin x - 4\cos x} dx;$

m) $\int \frac{\cos^2 x}{1+\sin^2 x} dx;$

n) $\int \frac{\sin x \cos x}{1+\sin^4 x} dx;$

o) $\int \frac{2-\sin x}{2+\cos x} dx;$

p) $\int \frac{dx}{4\sin^2 x + 9\cos^2 x};$

r) $\int \sin \frac{x}{3} \sin \frac{2}{3} x dx.$