Geometria analityczna w przestrzeni

1. Napisz równanie ogólne płaszczyzny:

a) przechodzącej przez punkt $P(-1,2,0)$ i prostopadłej do wektora $\vec{n}=[2,-3,1]$,

b) przechodzącą przez punkty $A(1,1,1),\ B(-1,0,1),\ C(5,6,7)$,

c) przechodzącej przez punkty $A(2,-1,3),\ B(3,1,2)$ i równoległej do wektora $\vec{a}=[-3,1,4]$,

d) przechodzacej przez punkt $P(0,1,0)$ i równoległej do wektorów : $\vec{a}=[-1,3,0],\ \vec{b}=[3,1,-5]$,

e) przechodzącej przez punkt $P(-1,4,1)$ i równoległej do płaszczyzny $\pi_1 : x-y+6z-12=0$,

f) przechodzącej przez punkt $P(2,3,-6)$ i prostopadłe do płaszczyzn: $\pi_1 : x+y+z-5=0,\ \pi_2 : x-y+z=0$,

g) przecinającej osie ukladu współrzędnych w punktach:$A(2,0,0),\ B(0,-3,0),\ C(0,0,4)$

2. Napisz równanie parametryczne i kierunkowe prostej

a) przechodzacej przez $P(1,0,2)$ i jest równoległa do wektora $\vec{v}=[0,5,-3]$,

b) przechodzacej przez $P_1(-1,1,0),\ P_2(0,3,-2)$,

c) przechodzacej przez $P(1,-5,3)$ i prostopadłej do płaszczyzny: $\pi : x-3z+7=0$,

d) przechodzacej przez punkt $P(0,0,-2)$ i prostopadłej do wektorów $\vec{a}=[0,1,-5],\ \vec{b}=[-2,3,0]$,

e) ktora jest częścią wspólną plaszczyzn: $\pi_1 : x+2z-4=0,\ \pi_2 : x-y+6=0$.

3. Obliczyć długości wektorów:

a) $\vec{a}=[1,-\sqrt{3},\sqrt{5}]$,

b) $\vec{PQ}$, gdy $P(1,2,3),\ Q(4,6,15)$.

4. Obliczyć iloczyn skalarny $\vec{a}\circ\vec{b}$, wiedząc że:

a) $|\vec{a}|=2,\ |\vec{b}|=6, \angle(\vec{a},\vec{b})=\frac{\pi}{3}$

b) $|\vec{a}|=2,\ |\vec{b}|=4,\ \angle(\vec{a},\vec{b})=\frac{2}{3}\pi$,

c) $\vec{a}=[-1,5,2], \vec{b}=[3,0,7]$,

d) $\vec{a}=\vec{i}-\vec{j}+\vec{k},\ \vec{b}=3\vec{i}-2\vec{k}$.

5. Znaleźć długość wektora $\vec{a}=2\vec{p}-3\vec{q}$ wiedząc, że $\vec{p}$ oraz $\vec{q}$ są prostopadłe oraz $|\vec{p}|=4,\ |\vec{q}|=2$.

6. Korzystając z iloczynu skalarnego obliczyć miary kątów między:

a) wektorami $\vec{a}=[-1,2,1],\ \vec{b}=[1,2,-3]$,

b) wektorem $\vec{u}=[4,-12,3]$ i płaszczyzną Oxz.

7.Dla jakich wartości parametrów m wektory $\vec{a}=[1,2,3],\ \vec{b}=[2,2,m]$ są prostopadłe.

8. Obliczyć iloczyn wektorowy podanych par wektorów:

a) $\vec{a}=[-3,2,0],\ \vec{b}=[1,5,-2]$,

b) $\vec{a}=[1,4,6],\ \vec{b}=[0,-3,2]$.

9. Dane są wektory: $\vec{a}=[1,2,-2],\ \vec{b}=[0,1,-2],\ \vec{c}=[1,-1,1]$. Obliczyć:

a) $(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})\times(\vec{a}-\vec{b}-\vec{c})$,

b) $(\vec{a}\times\vec{c})\circ\vec{b}$,

c) $|(\vec{a}-2\vec{b})\times(3\vec{a}+\vec{c})|$

10. Oblicz:

a) pole trójkąta o wierzchołkach $A(1,2,3),\ B(-1,-2,0), C(0,0,4)$,

b) pole równoległoboku rozpiętego na wektorach $\vec{a}=[1,2,-3],\ \vec{b}=[-1,2,5]$.

11. Obliczyć pole trójkąta o wierzchołkach $A(1,3,0),\ B(6,1,2),\ C(1,0,3)$ oraz długość wysokości opuszczonej z wierzchołka B.

12. Obliczyć iloczyn mieszany podanej trójki wektorów: $\vec{u}=[1,1,0],\ \vec{v}=[0,1,1], \vec{w}=[1,0,1]$.

13. Znaleźć objetość równoległościanu zbudowanego na wektorach $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$, jeżeli $A(3,4,3),\ B(9,5,-1),\ C(1,7,0),\ D(3,2,5)$.

14. Dane są trzy wierzchołki czworościanu $A(4,0,-2),\ B(6,-2,2)\ C(4,-4,6)$ o objetości 40. Wyznaczyć czwarty wierzchołek D, wiedząc że leży na osi Oy.

15. Dane są punkty $A(0,-3,-1),\ B(4,4,1),\ C(-2,1,3),\ D(6,8,-1)$. Oblicz objętość i wysokość czworościanu $ABCD$ przyjmując trójkąt ABC za jego podstawę.