

LISTA ZADAŃ DLA STUDIÓW NIESTACJONARNYCH - KOŁOKWIUM NR 2

I. Obliczyć pierwszą pochodną funkcji:

1. $y = 3x^5 - \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{x}$, 2. $y = 9x^7 + 3x^{-5} - 3x^{-11}$, 3. $y = 3\sqrt[3]{x} - x^3 + \frac{2}{3}\sqrt[4]{x^3}$, 4. $y = \frac{3}{3x-2}$,
5. $y = \frac{3x^2}{7x^5-x+2}$, 6. $y = \frac{8x^3}{x^3+x-1}$, 7. $y = \frac{5x^2+x-2}{x^2+7}$, 8. $z = (3x+1)^7$,
9. $y = \sqrt{x^2-4}$, 10. $y = 2x - \sin 2x$, 11. $y = \frac{\sin x + \cos x}{2 \sin 2x}$, 12. $z = \frac{x}{\sin x + \cos x}$,
13. $y = e^{\sin x}$, 14. $y = 3e^{2 \sin^3 x}$, 15. $y = (10x^2 - 1)e^{3x}$.

II. Obliczyć drugą pochodną funkcji $y = \arctg 2x$, $y = \cos 4x$, $y = x^3 + 4x^2 - 3x + 1$.

II. Znaleźć ekstrema funkcji oraz określić przedziały monotoniczności funkcji:

- a) $y = x^3 + 12x^2 + 36x - 50$, b) $y = -x^3 + x^2$, c) $y = x^3 + x + 1$, d) $y = x(3-x)^2$,
- e) $y = x^3 + x^2 - 16x - 16$.

IV. Znaleźć punkty przegięcia i przedziały wypukłości w górę i w dół:

- a) $y = -x^3 + 9x$, b) $y = x(x-1)^2$, c) $y = -x^3 + x^2$, $y = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 12$.

V. Znaleźć granicę funkcji:

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\sqrt{x^2-1}}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$, c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin e^{2x} - 1}{\ln(1+2x)}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{2x}}{\operatorname{tg} x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$

VI. Obliczyć całki funkcji:

- 1) $\int \sqrt[3]{x} dx$, 2) $\int (3x^5 - x^2 + 1) dx$ 3) $\int x^4 \sqrt[3]{x} dx$ 4) $\int \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} dx$
- 5) $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$ 6) $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 2x} dx$ 7) $\int \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x}} dx$ 8) $\int \frac{x^2+4}{x^2+1} dx$
- 9) $\int e^{-3x} dx$ 10) $\int \frac{e^{-2x}-4}{e^{-x}+2} dx$ 11) $\int \sin 5x dx$ 12) $\int (\frac{1}{2}x^3 - 5x^2 + 3) dx$,
- 13) $\int \frac{5}{\sqrt{9-9x^2}} dx$ 14) $\int (\operatorname{tg}^2 x + 1) dx$.

VII. Za pomocą podstawienia obliczyć całki nieoznaczone:

$$\begin{array}{llll}
1) \int (x^2 + 4)^5 x dx, & 2) \int 4 \operatorname{ctg} x dx, & 3) \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx, & 4) \int \frac{1}{\sqrt{3-4x^2}} dx, \\
5) \int \frac{1}{x^2+4} dx, & 6) \int \frac{1}{x(1+\ln x)} dx, & 7) \int e^{\cos x} \sin x dx, & 8) \int \frac{e^{\operatorname{arc} \operatorname{tg} 2x}}{1+4x^2} dx, \\
9) \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}(\operatorname{arc} \sin x)^3} dx, & 10) \int \frac{4-x}{2+\sqrt{x}} dx, & 11) \int \frac{x+\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[6]{x}}{x(1+\sqrt[3]{x})} dx, & 12) \int e^x \sqrt{3+4e^x} dx, \\
13) \int \sqrt{1+4 \sin x} \cos x dx, & 14) \int (\sin 2x) e^{\cos^2 x} dx, & 15) \int x^{13} \sqrt{5-x^7} dx, & 16) \int \frac{\operatorname{arc} \operatorname{ctg} \sqrt{x}}{(1+x)\sqrt{x}} dx, \\
17) \int \sqrt{1+\sin x} dx, & 18) \int \frac{2-\sin 2x}{1+\cos 2x} dx.
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
a) \int \frac{x^2}{x^3+1} dx, & b) \int x^2(x^3+1) dx, & c) \int (2x+1)^7 dx, & d) \int e^{x^2+2x} dx, \\
e) \int e^{5x-10} dx & f) \int \cos(-x+2) dx, & g) \int x \sin(x^2+5) dx, & h) \int \frac{x}{\sqrt{x^2-3}} dx, \\
i) \int 3\sqrt{2x+1} dx, & j) \int \frac{x+3}{x^2+6x-5} dx, & k) \int \frac{x^2}{\sqrt{x^3-1}} dx.
\end{array}$$

VIII. Za pomocą metody przez części znaleźć następujące całki nieoznaczone:

$$\begin{array}{llll}
a) \int x \sin x dx, & b) \int x \cos x dx, & c) \int \ln x dx, & d) \int x^2 \cos x dx, & e) \int x^2 e^x dx, \\
f) \int x^2 \ln x dx, & g) \int x^3 \ln x dx.
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
1) \int x \sin x dx, & 2) \int \frac{\ln x}{x^2} dx & 3) \int \frac{x}{\sin^2 x} dx, & 4) \int \ln 3x dx, & 5) \int \operatorname{arc} \operatorname{tg} x dx, \\
6) \int e^x \cos x dx, & 7) \int \sin(\ln x) dx, & 8) \int x \ln^2 x dx & 9) \int \sqrt{x} \ln x dx, & 10) \int x \sin x \cos x dx, \\
11) \int \frac{\operatorname{arc} \sin x}{\sqrt{1+x}} dx, & 12) \int e^{2x} (\sin e^x) dx, & 13) \int \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2 dx, & 14) \int (\operatorname{arc} \sin x)^2 dx.
\end{array}$$

IX. Znaleźć całki funkcji wymiernych:

$$\begin{array}{llll}
a) \int \frac{1}{3x+5} dx, & b) \int \frac{1}{(3x-2)^4} dx, & c) \int \frac{2x-3}{x^2-3x+3} dx & d) \int \frac{1}{x^2+9} dx, & e) \int \frac{1}{x^2+2x+2} dx, & f) \int \frac{3x+7}{x^2+9} dx, \\
g) \int \frac{1}{2x^2-2x+5} dx, & h) \int \frac{1}{x^2-6x+9} dx, & i) \int \frac{x+1}{x^2-x+1} dx, & j) \int \frac{2x+3}{x^2+2x+2} dx, & k) \int \frac{1}{(1+x^2)^3} dx
\end{array}$$