

Lista 2B (macierze, wyznaczniki, układy równań)

Zad 1. Rozwiązać podane równania macierzowe wykorzystując operację odwracania macierzy:

$$\text{A)} \left(\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} + 4X \right)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{B)} 3X + \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} X$$

Zad 2. Określić rzędy poniższych macierzy:

$$\text{a)} \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & -5 & 3 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{b)} \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 4 & -2 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{c)} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \\ 4 & 5 & 4 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Zad 3. Korzystając ze wzoru Cramera znaleźć rozwiązania podanych układów równań:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + 3y + z = 3 \\ 3x + y + 2z = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y - z = 7 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$$

Zad 4. Stosując wzory Cramera obliczyć niewiadomą y z podanych układów:

$$\begin{cases} 3x + 7y + 2z + 4t = 0 \\ 2y + z = 0 \\ x + 4y + z = 1 \\ 5x + 3y + 2z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 3y + 3z + 3t = 1 \\ 3x + y + 3z + 3t = 1 \\ 3x + 3y + z + 3t = 1 \\ 3x + 3y + 3z + t = 1 \end{cases}$$

Zad 5. Rozwiązać układy równań metodą Gaussa-Jordana:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x + 2y - 3z = -3 \\ 2x + 4y + z = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + y + z = -1 \\ x + 2z = -6 \\ 3y + 2z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ 2x + 2y + z + t = 0 \\ 3x + 2y + 3z + 2t = 3 \\ 6x + 4y + 3z + 2t = 2 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ x + y + z = 1 \\ 2x - 3y + 5z = 10 \\ 5x - 6y + 8z = 19 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y + z + t = 7 \\ 2x - y - z + 4t = 2 \\ 5x + 5y + 2z + 7t = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y + z - 2s + t = 0 \\ 3x + 4y - z + s + 3t = 1 \\ x - 8y + 5z - 9s + t = -1 \end{cases}$$

Zad 6. W podanych układach równań liniowych określić (bez rozwiązywania) liczby rozwiązań i parametrów:

$$\begin{cases} 5x - 3y - z = 3 \\ 2x + y - z = 1 \\ 3x - 2y + 2z = -4 \\ x - y - 2z = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 3y + 2z = 7 \\ x - t = 2 \\ -x - 3y + 2z + 2t = 3 \end{cases}$$

Zad 7. Układy z zadania 3 i 4 obliczyć za pomocą macierzy odwrotnej (tzn. zapisując podane układy jako $AX = B$, czyli $X = A^{-1}B$).

Opowiedzi:

2. a)3 b)2 c)3

3. a) $x = \frac{2}{3}, y = \frac{2}{3}, z = \frac{-1}{3}$; b) $x = 1, y = 2, z = 3$. 4. a) $y = \frac{5}{11}$ b) $y = \frac{1}{10}$ 5. a) $x = 2, y = -1, z = 1$, b) $x = 0, y = 2, z = -3$, c) $x = 1, y = -2, z = 0, t = 2$,

d) $x = 1, y = -1, z = 1$ e) sprzeczny f) układ zależny: $x = \frac{1}{7} - \frac{3}{7}z + s - t, y = \frac{1}{7} + \frac{4}{7}z - s, z, s, t \in R$. 6) a) brak rozwiązań b) nieskończenie wiele, 2 parametry

Literatura

W. Stankiewicz, "Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych".

Jurlewicz, Skoczylas, "Algebra liniowa 1. Przykłady i zadania". Wydawnictwo GiS.